Nombres complexes

On appelle nombre complexe tout nombre de la forme a + bi tel que a et b sont des

Nombres réels et i² = −1.

— L’ensemble des nombres complexes est noté .

— On note \* l’ensemble des nombres complexes non nuls.

— Soit z ∈ , z = a + bi, (a, b) ∈ IR2.

— L’écriture z = a + bi est la forme algébrique de z.

— Le nombre réel a est la partie réelle de z et on note a = Re (z)

— Le nombre réel b est la partie imaginaire de z et on note b = Im(z)

— Si b = 0, alors z est un dit nombre réel. Ainsi IR ⊂ .

— Si a = 0, alors z est un nombre imaginaire.

— Si a = 0 et b ≠ 0, alors z est un nombre imaginaire pur.

L’ensemble des nombres imaginaires est noté iIR.

— L’ensemble des nombres imaginaires purs est noté iIR∗

— 0 est le seul nombre complexe à la fois réel et imaginaire pur.

— IR et iIR sont deux sous-ensembles de .

Tout nombre complexe z = a + bi, (a, b) ∈ IR2 admet un opposé noté −z = −a − bi.

Tout nombre complexe non nul z = a + bi, (a, b) ∈ IR2, (a, b) ≠ (0, 0) admet un inverse noté :

Soit z un nombre complexe. On appelle module de z le nombre réel positif noté défini par

Soit z un nombre complexe non nul de module r et d’argument θ.

On appelle forme trigonométrique de z l’écriture : z = r(cos θ + i sin θ).

Si z = a avec a ∈ IR, alors le module de z est égal à la valeur absolue de a.

Le plan complexe est muni d’un repère orthonormé direct (O ; ⃗u, ⃗v ). Soit z, z′ ∈  2 M et M′ les points d’affixes respectives z et z′. On a:

Soit θ ∈ IR. On note eiθ (Lire "exponentielle iθ") le nombre complexe cos θ + i sin θ.

On a : eiθ = cos θ + i sin θ.

Soit Z un nombre complexe non nul et n ∈ IN∖ {0; 1}.

Tout nombre complexe z tel que zn = Z est appelé racine n−ième du nombre Z.

Soit y ∈ IR+ et n ∈ IN, n ≥ 2. Le nombre réel positif x tel que xn = y est appelé racine n−ième de y et on note

On note simplement .

Tout nombre complexe Z = reiθ, (r ∈ et θ ∈ IR), admet exactement n racines n−ième zk tels que

Soit a ∈ ∗, (b, c) ∈ IR2, l’équation dans C : (E) ∶ az2 + bz + c = 0, et Δ le discriminant de (E).

— Si Δ = 0, alors (E) admet une seule solution :

— Si Δ ≠ 0 et δ une racine carrée de Δ, alors (E) admet deux solutions : .

Soit n ∈ IN, n ⩾ 3, P(z) un polynôme de degré n.

Si zo est une racine de P(z), alors il existe un polynôme Q(z) de degré n − 1 tel que

P(z) = (z − zo)Q(z) .

|  |
| --- |
| Forme trigonométrique |

|  |
| --- |
| Forme algébrique z=a+ib  ( a , b )IR2 |

|  |
| --- |
|  |

(z = 0) ⇐⇒ (Re (z) = Im(z) = 0)

(z = z′) ⇐⇒ (Re (z) = Re (z)′ et Im(z) = Im(z)′)

Soit z = a + bi et z′ = a′ + b′i deux nombres complexes, (a, a′, b, b′) ∈ IR4.

z + z′ = (a + a′) + (b + b′)i

z × z′ = (aa′ − bb′) + (ab′ + a′b)i

∀n ∈ IN∗, ∀ (u, v) ∈ ( ∗)2 on a: (u + v)n =

En particulier :

(u + v)2 = u2 + 2uv + v2

(u − v)2 = u2 − 2uv + v2

∀(u, v) ∈ 2, (u − v) (u + v) = u2 − v2

Si z≠0,

Si z≠0 et n ɛ IN ;

Si z=a+ib, (a, b) ɛ IR2 alors

Si i ≠ 0, alors <=>

z = 0

Formule d’Euler

Formule de Moivre